

מתמטיקה והחינוך הפתוח הניסויי – הולכים יד ביד

אי-אפשר לדבר על דרך לימוד המתמטיקה בחפ"ן בלי להתייחס קודם לשינויים מרחיקי הלכת שחלו בתחום זה בחוץ-לארץ וגם בארץ.

המתמטיקה היא אחד מנושאי הלימוד שזכו לתשומת לב ולתנופה רבה בשנים האחרונות. ברחבי העולם קיימים מחקרים רבים בנושא זה, שמטרתם הבנת התהליכים הקוגניטיביים המתרחשים תוך כדי לימוד זה, וההיבטים הפסיכולוגיים הקשורים בו.

באופן כללי, התחילו לראות את החשיבה כמרכיב העיקרי בכל רמה של עשייה מתמטית. במקום לעבוד על טכניקות עיוורות לפתירת תרגילים על נייר, היום מצפים שילדים יבינו מה הם עושים, ולצורך כך מייחדים הרבה יותר מקום לחשיבה ולבניית מושגים באמצעות חומרים פיזיים, הדגמות ואנלוגיות. ילדים יכולים לעסוק בפתרון בעיות ובחקירות מתמטיות מגיל צעיר, במקום להכין את עצמם לכאורה לעיסוק זה על-ידי לימוד בעל-פה של עובדות מתמטיות וחוקים חסרי משמעות לפתרון תרגילים חשבוניים. התגברה ההבנה שפתירת תרגילים בחשבון כמוה כלימוד כתיב נכון – זה עוזר ומועיל אבל אין זו מתמטיקה, כמו שכתובה נכונה של מלה אינה בבחינת לימוד ספרות או כתיבה. כמה הורים היו מסכימים היום שילדיהם יתחילו בלימוד ספרות וכתובה רק אחרי שהם יודעים כתיב נכון!

עם זאת, יש עדיין פער בין הדרכים הרצויות ללימוד מתמטיקה כפי שהן מוכתבות על-ידי תפיסה זו, ולפיהן אנו מנסים לעבוד בחפ"ן, לבין המציאות בשטח. דרכים אלה תואמות במידה רבה את עקרונותיו ומטרותיו של החינוך הפתוח. הדגש מושם על פתיחות, סקרנות, עצמאות,

* הגב' רחל דיטשר היא מורה למתמטיקה בתכנית חפ"ן במכללה לחינוך ע"ש דוד ילין.

יצירתיות, מודעות עצמית, תקשורת – כל הדברים המקדמים התפתחות קוגניטיבית, רגשית וחברתית של הילד בכל תחום שהוא, כולל בתחום המתמטיקה.

העבודה הראשונה, ואולי העיקרית, עם סטודנטים בחפ"ן, קשורה בשינוי עמדות. הבעיה הרווחת ביותר של כל עבודה במתמטיקה עם ציבור מייצג של מבוגרים בחברה שלנו היא בעיית "פחד המתמטיקה", המצוי אצל אחוז גבוה באוכלוסייה. מצב זה נובע, בין היתר, מתפיסה מוטעית של מהות המתמטיקה. קודם כל המלה – בבית-הספר היסודי קוראים לזה חשבון, כשמו של תחום אחד של המתמטיקה, העוסק בחישובים חשבוניים. התחומים האחרים מוזנחים בדרך כלל במידה זו או אחרת – הנדסה, חשיבה לוגית, פתרון בעיות, הסתברות... אבל למרות ההתמקדות בתחום צר זה של חשבון, או דווקא בגלל התמקדות זו, החשבון עצמו אינו זוכה להתייחסות ראויה כתחום המאפשר תובנה לתוך עולם המספרים, המראה את החוקיות, ההקשרים, ההיגיון והחוכמה הקיימים בו. בבית-הספר התיכון מגיעים אמנם ללימוד האלגברה, ההנדסה והטריגונומטריה, אבל גם פה מקריבים את העניין והיופי מפני העיסוק בסמלים חסרי משמעות, הפעם בגלל הצורך הלוחץ להכין את הילדים למבחני הבגרות.

לסיכום, התפיסה המקובלת היא, שהמתמטיקה היא סידרה של מניפולאציות של סמלים, ספק מובנים, לפי כללים שנקבעו בידי איזה "אל" מתמטי, ואין עלינו לשאול מדוע. האמיתות המתמטיות עפות להן באוויר, ואם רק נדע לאיזה כיוון להושיט יד עיוורת, אולי נצליח לתפוס את המפתח שאנו זקוקים לו כרגע כדי לפתור בעיה אטומה זו או אחרת. אמנם קיימים אנשים המבינים מתמטיקה, אך ההבנה שלהם נראית לנו כקסם, ואנו מתפעלים מכוחות-העל הנפלאים שלהם.

במצב זה, מתברר שאחוז גבוה של התלמידים מרגישים חסרי אונים לחלוטין בכל הקשור למתמטיקה, וכל מגע עם מספרים, או אפילו עם המלה מתמטיקה, מכניס אותם לחרדה, שהמענה היחיד לה הוא בריחה.

לפיכך, העבודה הראשונה עם תלמידי חפ"ן היא לתת להם לעסוק במתמטיקה אמיתית; זאת אומרת, לתת להם לחשוב, ולא דווקא לחשב. לדוגמה, כאשר ביקשתי מתלמידי חפ"ן לפתור בעל-פה תרגיל כמו $48+37$ ולאחר מכן להסביר לאחרים באילו טכניקות הם השתמשו, אחת התלמידות, שהדמייו העצמי שלה היה שהיא חלשה בחשבון, גילתה

שכאשר מדובר בחשיבה והיגיון, ולא בכללים שרירותיים, יש להתפיסה מספרית מצוינת, והיא מסוגלת לחשב בצורה מהירה ובטוחה. שינוי זה בתדמיתה האישי נמשך עד היום, שנתיים לאחר אותו שיעור.

הפעילות הנ"ל מספקת דוגמה טובה לאפשרות לקחת את הפעילות הפשוטה והמקובלת ביותר של שיעור חשבון ולהפוך אותה למצב של פתרון בעיות. כאשר פותרים תרגיל בראש, הדבר החשוב ביותר הוא המשמעות של כל חלק וחלק של הפתרון, ובאמצעות חשיבה והיגיון אפשר להגיע לתוצאה, גם אם הדרך הטכנית לעולם אינה נלמדת או נקלטת כראוי.

העיסוק העיקרי וגם המטרה העיקרית של לימוד המתמטיקה הוא פתרון בעיות. המתמטיקה נולדה בהיסטוריה הרחוקה כניסיון לפתור בעיות שונות של חיי היומיום. איך, למשל, יכול היה הרועה הקדום לדעת שיש לו אותו מספר כבשים היום כמו שהיו לו אתמול? צורך זה גרם לו להמציא שיטות שיאפשרו לו לחשוות את הכמויות בשני הימים. התכונות העיקריות המאפיינות את האדם כיצור אינטליגנטי היא היכולת, העניין והדחף לפתור בעיות.

לתלמידי חפ"ן ניתנת ההזדמנות לפתור בעיות אמיתיות ומעניינות, המסתמכות על הידע והניסיון הכללי שצברו במשך החיים, ולא דווקא על חומר מתמטי חדש, שנלמד וכרגע עומד למבחן. אחד השיעורים המהנים והמעניינים ביותר לתלמידי חפ"ן הוא שיעור שעוסקים בו בחשיבה לוגית באמצעות מה שנקרא "כפיסים לוגיים" – קבוצה של צורות מפלסטיק בגדלים, בצורות ובצבעים שונים. החומר הזה מספק הזדמנות לחשוב בהיגיון ולפתור בעיות מתמטיות מעניינות בדרך משחקית ולא מאיימת, שכל אחד מסוגל להצליח בה. במשחק אחד על השחקנים לגלות אילו כפיסים שייכים לקבוצה מסוימת, ועל-ידי כך להגיע לתכונות המגדירות קבוצה זו. הדרישה פה, וגם בכל מצב של פתרון בעיות, היא שיקחו את נתוני הבעיה ויפעילו את הראש שלהם, כל אחד לפי נטיותיו ולפי נסיונו, כדי ליצור את ההקשרים הדרושים לפתרון הבעיה. לא פעם, התמודדות עם בעיה מצריכה ראייה מזווית חדשה לגמרי. ראש פתוח, יצירתיות, יכולת לראות דברים מכיוונים שונים – אלה מצרכים רצויים ולפעמים הכרחיים לצורך מציאת פתרון. אלה כשרים שמעולם לא קישרו עם עולם המתמטיקה, ואלה הכשרים שאנו בחפ"ן מנסים לעודד בתלמידים, ולא רק בתחום המתמטיקה, כמובן.

חשיפה זו לעשייה מתמטית אמיתית היא תחילת הדרך לשינוי בהתייחסותם השלילית של אלה שסובלים מפחד המתמטיקה. ראשית, הם עוסקים במשהו חדש – משהו שלא הכירו קודם לכן. הסטיגמה אולי קיימת ועדיין נדבקת לשם, אבל המציאות היא אחרת. לרוב הם מוצאים את עצמם גם נהנים – נהנים מהעניין, האתגר והיופי שהם חווים. אולי בפעם הראשונה בחייהם יש להם הזדמנות לעסוק במתמטיקה ולהרגיש שהם מצליחים בה – ודבר זה יכול לתת להם הרגשה של כוח ושל שליטה במקום שבו תמיד חשו את עצמם חלשים וחסרי-אונים.

למותר להוסיף, שכמורים לעתיד שינוי עמדות זה הוא הכרחי כדי שיוכלו למלא את חובותיהם כלפי תלמידיהם לעתיד. סביר להניח שמורה השונה מתמטיקה עלול לגרום נזק לפחות לחלק מתלמידיו.

לגבי אלה שיחסם למתמטיקה חיובי מלכתחילה, חשיפה זו חשובה לא פחות. הניסיון מלמד, שמורים שתמיד הצליחו במתמטיקה כאשר היו תלמידים, סבורים לעתים קרובות שמה שהם למדו כילדים היה טוב להם ויהיה טוב גם לתלמידיהם. אין הם מרגישים שום צורך להתחדש ולהשתנות בתחום זה, ואפילו אינם יודעים שניתן לעשות זאת.

מלכודת נוספת ש"החזקים" עלולים ליפול בה היא הקושי לראות ולהרגיש את הקשיים של ילדים שאינם מבינים. כשהכל נראה כל-כך מובן לי, קשה לי להכניס את עצמי לנעליים של הילד המתקשה, ולהבין, רגשית וגם שכלית, מדוע הילד אינו מבין. הדבר מזכיר את דבריה של מרגרט דונלדסון בספרה **חשיבתם של ילדים**, שהסיבה לכך שילדים לא הצליחו בחלק מהמשימות שהטיל עליהם פיאז'ה היא, שפיאז'ה עצמו היה אגוצנטרי מדי; השאלות ששאל את הילדים נבעו מעולמו של פיאז'ה המבוגר ולא מעולמם של הילדים. אצל מורים "טובים" בחשבון, לעתים קרובות הבעיה היא בכך שהמורה אינו מבין את עולמו של הילד המתקשה; הבעיה היא לאו דווקא חוסר יכולתו של הילד.

פן נוסף של העשייה המתמטית המתרחשת בחפי"ן הוא האינטגרציה של תחומים. יש כמה כיוונים שבהם אפשר לזהות הפרדות מלאכותיות שהחברה האנושית יצרה בין המתמטיקה לבין העולם ובין המתמטיקה לבין עצמה. כמו כל תחום אחר, המתמטיקה היא חלק מהחיים, והחיים הם חלק של המתמטיקה. הנטייה למיין פעילויות מסוימות ולקרוא להן בשם מסוים היא חלק מהצורך (המתמטי?) שלנו לעמוד על תכונות עולמנו, כדי להעמיק ולהבין יותר ויותר. יצרנו גבולות אלו כדי לסייע לנו, וקיומם

מוצדק רק אם הם ממלאים תפקיד זה. ברגע שהגבולות מתחילים לטרפד את הבנתנו את העולם, ראוי למחוק אותם ולהחזיר חלק זה של החיים – לחיים.

אם נסתכל על המתמטיקה כפעילות אנושית, אפשר לראות שההפרדה בין חשיבה מתמטית לחשיבה בכלל מטושטשת מטבעה. לשמחתנו, המתמטיקה מספקת הזדמנויות רבות לחשוב חשיבה הגיונית ומובנית. חשיבה כזו משרתת אותנו בבניית מושגים ובניסיון שלנו להצדיק את הרעיונות שלנו – גם בתחום המתמטיקה וגם בכל תחום אחר. למרות עובדה זו, אנשים אוהבים להתייחס לחשיבה מתמטית כאל פעילות מסוימת מאוד, שיש לה גבולות ברורים. בחפ"ן אנו עוסקים בחשיבה מתמטית, אבל מודעים כל הזמן לקשר שבין חשיבה זו לבין פיתוח החשיבה באופן כללי. כפי שהזכרתי לעיל, העיסוק במיון וארגון הסביבה נובע מצורך טבעי של בני-אנוש – הוא בו בזמן פעילות מתמטית ופעילות בסיסית בפיתוח האינטלקט האנושי. הדגש הניתן לחשיבה לוגית ולפתרון בעיות מבטא ראייה זו. בחפ"ן, שיעור מתמטיקה הוא שיעור חשיבה, ואנו ב"סכנה" מתמדת של גלישה לתחומים אחרים.

האופן שבו חשיבה זו מתבטאת במלים מוביל אותנו לראות את המתמטיקה כשפה – כמערכת סמלים הבאה כדי לאפשר תקשורת בין בני-אדם – ובכך מתחילים להבין עד כמה חשוב לדבר בשפה. כולנו יודעים שכדי ללמוד שפה זרה בקלות יחסית, חשוב ביותר לדבר בה ולהשתמש בה. קריאה בשפה וכתובתה, חשיבותן במקומן, אינן מספיקות כדי להתחיל להרגיש נוח ולהתמצא בשפה, לרכוש את התחביר ולהבין את המושגים המיוחדים לשפת המתמטיקה. בחפ"ן אנו מתחילים לבטא רעיונות מתמטיים בקול, לשוחח עליהם, לחדד אותם, ועל-ידי כך לבנות מושגים ולהפוך את הרעיונות המתמטיים לשלנו. כאשר אני מבקשת מתלמידים (סטודנטים וילדים כאחד) לפתור תרגיל חשבוני בראש, ולאחר מכן להסביר לאחרים את דרך פתרונם, עצם הפיכת פעולה זו למלים מאפשרת להם להחצין את חשיבתם, להבין בדיוק איך הם הגיעו לפתרון ולהפוך פעולה זו לברורה ומובנת עד הסוף. דוגמה נוספת לכך היא פעילות בעזרת גומיות ולוח מסמרים. בן-זוג אחד יוצר צורה בעזרת גומיה ומנסה להדריך את בן-זוגו ליצור אותה על לוח נוסף, בלי שהוא מראה לו את הצורה ובלי שהוא משתמש בשם הצורה (אם אכן יש לה שם). הניסיון להסביר במלים מביא אותנו לכך שנהיה מודעים לכל המרכיבים של אותה צורה ובין הבנה הרבה יותר מעמיקה מכל דרך אחרת.

בהיות המתמטיקה חלק מהחיים, הקשרים בינה לבין התחומים השונים של חיינו הם ישירים והכרחיים. תופעות פיסיקליות של העולם מקבלות את ביטוֹן בעולם המתמטיקה. עד עכשיו, ביטויים מתמטיים אלה הוצגו לילדים כשהם מנותקים מהמציאות שלה. גם אצל אנשי החינוך הפתוח בארץ קיים ניתוק כזה. אנשים אלה עובדים שנים על שילוב תחומים, באמצעות עבודתם על נושאים אינטגרטיביים. אבל, במידה רבה המתמטיקה נשארה בחוץ ומבודדת. חלק מהסיבות לכך אפשר למצוא בנאמר לעיל. בחפיץ אנו מנסים עתה לתקן מצב זה. אחת המשימות הניתנות לסטודנטים היא להתבונן בפעילות הרגילה היום-יומית המתרחשת בכיתה, ולמצוא את האפשרויות המתמטיות הטמונות בה. השלב הבא הוא ללמוד לנצל הזדמנויות אלה – להפוך את הראייה המתמטית הזו לטבעית אצל המורים, וכתוצאה מכך גם אצל תלמידיהם. ניצול הזדמנויות זה משרת לא רק את לימוד המתמטיקה, אלא גם את ראיית העולם ברב-ממדיותו. המטרה האופרטיבית היא כפולה: כמורים, סטודנטים אלה יוכלו להכניס את העולם ללימודי המתמטיקה, ובנושאים אינטגרטיביים שעליהם הם עובדים עם תלמידיהם ייכלל באופן טבעי גם הפן המתמטי של כל נושא ונושא.

אחד האפיונים הבולטים בדרך לימוד המתמטיקה בחפיץ הוא דרך ההסתכלות שלנו על השגיאה. ראשית, נסתכל על ההתייחסות של החינוך הרגיל לגבי תופעת השגיאה אצל הלומד. בדרך כלל, במערכת החינוך בארץ ובחוו"ל מסתכלים על השגיאה כעל דבר רע, שאסור שיקרה אצל תלמיד כלשהו, ועל אחת כמה וכמה אצל המורה בכיתה. מנקודת המבט שלנו בחפיץ, לעומת זאת, אנו רואים את השגיאה כסימן-דרך, העשוי להוביל גם את הילד וגם אותנו כמורים ולומדים להכרת המקום שבו כל אחד מאתנו נמצא במסע הלמידה שלו. שגיאה מצביעה על הזדמנות ללמידה – היא דבר חיובי והכרחי לתהליך הלמידה (איתור הסיבה לשגיאה יכול אפילו לספק הזדמנות לחגוג את מציאת הכיוון הנכון להמשך). יש איזו הכרה עממית, שבני-אדם לומדים מהשגיאות שלהם, אבל בדרך כלל בכיתה חוכמה זו נשכחת.

אי-ניצול שגיאות הוא רק חלק מבעייתיות התפיסה השלילית לגבי השגיאה. עניין בעייתי וגורלי הרבה יותר הוא, שהתייחסות זו מביאה את הלומד לכך שיפחד לשגות. בחפיץ אנו מאמינים שאחת התכונות הנחוצות ללמידה היא ההעזה. אם יש לך האומץ לנסות משהו, אם אתה מוכן לנסות ולפענח בעיה זו או אחרת, אפילו אם לעת עתה לא

הצלחת להגיע לפתרון, קרוב לוודאי שמתרחשת למידה מעצם התנסותך. אם אתה פוחד לנסות, ודאי שלא תלמד. במתמטיקה, ובמיוחד בחשבון, סכנה זו מתחדדת עוד יותר בגלל הקלות שבה אפשר לסמן x או v על תוצאה של תרגיל. המושב השלילי חוגג, מה גם שהרבה פעמים מורים מסמנים רק את התוצאות השגויות. אין התייחסות לחשיבה, אין התייחסות למאמץ, קיים רק x כדי לסמן שלא פתרת נכון.

הדגש הרב הניתן בחינוך הרגיל למבחנים וציונים, גם בקרב המתקדמים ביותר בין מורי המתמטיקה בארץ ובחו"ל, חייב לדעתי להנציח את הקושי בלימוד המתמטיקה אצל כולם, חוץ מה"מוכשרים" בינינו. ייתכן שיש מורים שיודעים לתת ציונים בלי שתלמידיהם יפרשו זאת כניסיון לשפוט אותם שפיטה כוללת, אבל הניסיון מלמד שלא כך הדבר בדרך כלל.

מבחינת המידע שמבחנים מספקים למורה, שיטת המבחן הכתוב הוכיחה את עצמה לא אחת כמספקת מידע מינימלי. יש אמנם אנשים שמתפקדים מצוין במצבי לחץ, אבל אז המבחן בודק את היכולת לעמוד במצבי לחץ, ולא את הידע המתמטי של התלמידים. לגבי מספר רב של בני-אדם, לחץ זה מונע אותם מלהראות מה שהם באמת יודעים ומבינים, והוא רק מגביר את הפחד, השנאה והסלידה מפני המתמטיקה.

אין ספק שנוסף על דרכים רבות אחרות להערכת עבודתם של ילדים במתמטיקה (תצפיות, ראיונות אישיים, איסוף עבודות ועוד) יש מקום גם למבחן הדיאגנוסטי הכתוב, אבל אז מטרת המבחן היא אחרת, והצורה שבה הוא כתוב, ניתן ונבדק היא אחרת. ולאור כל מה שנאמר לעיל, ברור מאוד היום שהציון אינו מוסיף במאומה לידע שלנו לגבי מה שילד זה או ילדה זו יודעים במתמטיקה.

ולפני שאשיים, ברצוני להוסיף כי יכולת ושליטה מתמטיות מהוות כוח ושליטה על החיים. אדם שאינו יודע לחשב בראשו ולאמוד כמויות, אדם שאינו יכול לקרוא ולהבין דיאגרמות, אדם שאינו מבין את קסמי הסטטיסטיקה של פוליטיקאים, אדם שאינו מבין הסתברות, כדי לדעת אם כדאי או לא כדאי לעשות ביטוח זה או אחר – הוא אדם השרוי תחת השפעתם של אחרים, שכוונתם הטובה רחוקה מלהיות בטוחה. העבודה הנעשית במתמטיקה בחפ"ן באה לא רק במסגרת הכשרה מקצועית, אלא גם במסגרת עידוד ההתפתחות האישית של הסטודנטים הלומדים בו. נקווה שגם הסטודנטים בחפ"ן וגם תלמידיהם לעתיד ייהנו מהיתרונות שהחשיבה המתמטית מקנה להם.