

המנייה  
וחוק השימור

## ילדים וילדות מונים בגן

הוראת החשבון בבית הספר היסודי מסתמכת על יכולתם של ילדים למנות (Irwin, 1991; Geary, Bow-Thomas, & Yao, 1992; Beishuizen, 1993;) במאמר זה נסביר מהי פעולת המנייה וכיצד היא מתפתחת בגיל הרך. נסיים בעצות אחדות הנוגעות לאופן שבו רצוי לקדם את היכולת של ילדים בגן למנות חפצים.

### אומדן של כמויות לעומת מנייה מדויקת

בעשרים השנים האחרונות התבססה בפסיכולוגיה ההתפתחותית הגישה הגורסת שהתפתחות קוגניטיבית איננה תהליך כללי, אלא אוסף של תהליכים הסתגולתיים (adaptive), אשר התפתחו במשך האבולוציה, ואשר מאפשרים לילדים לרכוש סוגי ידע ספציפיים ומועילים במיוחד באמצעות מנגנוני למידה ייחודיים (Fodor, 1983).

בתחום תפיסת המספר, מחקרים רבים ומרשימים (Starkey & Cooper, 1980; Strauss & Curtis, 1981; Wynn, 1992a; 1996) מראים כי לילודים יש יכולת להבחין בין שניים לשלושה עצמים, ובין שניים לשלושה צלילים. קסו וספלקה הראו כי תינוקות מסוגלים להבחין גם בין שמונה לשישה עשר עצמים (Xu & Spelke, 1997).

בניסוי שבדק את היכולת של תינוקות בני חמישה חודשים להבין את מושג המספר ואת פעולות החיבור והחיסור, חשפו את התינוקות ל"מצבים

---

\* ד"ר חוה תובל היא מרצה במכללה לחינוך ע"ש דוד ילין ומלמדת בתכנית המוסמך לגיל הרך, תכנית שוורץ בבית הספר לעבודה סוציאלית ולרווחה חברתית, האוניברסיטה העברית, ירושלים.

\* ד"ר עינת גוברמן היא מרצה במכללה לחינוך ע"ש דוד ילין ובחוג לחינוך באוניברסיטה העברית.

אפשריים" ו"בלתי אפשריים". התינוקות צפו בבובות שנעו אל מסך אטום ונעלמו מאחוריו. לאחר שניות אחדות המסך התרומם. "מצב אפשרי" הוא מצב שבו התמונה שנגלת לעיני התינוק כשהמסך מתרומם משקפת את התוצאה המתמטית של הפעולות שראה קודם לכן. לדוגמה: בובה אחת נעה בכיוון המסך והסתתרה מאחוריו, ובובה שנייה נעה באותו אופן, אחריה. כשהמסך התרומם התינוקות ראו שתי בובות. מצב "בלתי אפשרי" הוא מצב שעומד בניגוד להיגיון המתמטי. לדוגמה: הילדים צפו בשתי בובות. המסך ירד והסתיר את הבובות. כעבור מספר שניות אחת הבובות הופיעה מאחורי המסך ונעה אל מחוץ לטווח הראייה של התינוק. כשהמסך התרומם התינוקות ראו שתי בובות (ולא אחת). נמצא שתינוקות מבטיים זמן ממושך יותר כאשר הם צופים במצבים "בלתי אפשריים", וכי בגיל חמישה חודשים התינוקות מופתעים מתוצאות בלתי אפשריות, בטווח שבין חפץ אחד לשלושה חפצים.

היכולת להעריך כמויות אינה מוגבלת לבני אדם. בניסויים שנערכו בבעלי חיים (חולדות, קופים, תוכים) נמצא שהם מסוגלים להבחין בין כמויות שקטנות מ-7 ולבצע חיבור וחסור בטווח הזה (Wynn, 1998).

ממצאים אלה הביאו כמה חוקרים (Wynn, 1998; Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999) לטעון שלבעלי חיים ולבני אדם יש מערכת מולדת אשר מעריכה כמויות ומשך זמן. מערכת זו, שמכונה "צובר" (accumulator), מגיבה על אירועים חוזרים. מצבו של הצובר משתנה בהתאם למספר האירועים, כך שמצבו הסופי מייצג את הכמות שנמנתה באופן **אנלוגי**.

משום כך, לבעלי חיים ולאנשים קל יותר להבחין בין כמויות שונות מאוד, כגון ההבדל שבין שמונה לשישה עשר חפצים במחקרם של קסו וספלקה (Xu & Spelke, 1997), לעומת כמויות דומות, כגון ההבדל שבין שמונה לשבעה חפצים. הצובר מגיב על אירועים חוזרים, ומשום כך הוא מסוגל לאמוד כמויות של ישויות שונות מבחינה אונטולוגית: חפצים, צלילים (כגון נקישות תוף), גירויים ויזואליים (כגון הבזקי אור) ומשך זמן. הצובר איננו מערכת מנייה מדויקת: ככל שמספר האירועים החוזרים שהמערכת מגיבה עליהם גדל, גדלה גם השונות שבתגובות המערכת (היחס שבין שונות התגובות לבין הכמות המוערכת הוא קבוע). משום כך, אומדן של

ארבעה חפצים מדויק יותר מאומדן של עשרים חפצים, וההבחנה בין ארבעה לחמישה פריטים ברורה יותר מאשר ההבחנה שבין עשרים לעשרים אחד פריטים (Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999).

מכאן נובע שאף על פי שהיכולת המולדת לאמוד כמויות היא מרשימה, הצובר המולד איננו מספיק לשם מנייה מדויקת. בני אדם מבוגרים, בניגוד לבעלי חיים ולתינוקות, מסוגלים למנות מספר רב של חפצים באופן מדויק, ללא שונות.

דהאן ושותפיו (Dehaene, 1997; Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999) טוענים שבמוחם של בני אדם יש לפחות שתי מערכות שונות שאומדות כמויות. המערכת הראשונה היא מערכת לא מילולית, והיא מייצגת כמויות באופן ויזואלי-מרחבי. בבני אדם המערכת הבלתי מילולית מופעלת בחלק הימני ובחלק השמאלי של האונה הקודקודית. דהאן ושותפיו אינם מתחייבים לכך שתאוריית ה"צובר" מתארת את המערכת הבלתי מילולית באופן מדויק, אף שהם מסכימים לכך שמדובר במודל אפשרי.

המערכת השנייה אחראית לחישובים אריתמטיים מדויקים. חישובים אלה תלויים בידע לשוני ומבוצעים בחלק השמאלי של האונה הקדמית, חלק שפעיל גם ביצירה של קשרים אסוציאטיביים בין מילים. חישובים אריתמטיים סימבוליים מיוחדים לבני אדם.

הפרט משתמש במערכות השונות בהתאם למשימה שלפניו. חיבור של מספרים דו-ספרתיים, למשל, נערך באמצעות המערכת המדויקת. דהאן ושותפיו (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999) מראים שבביצועה של משימה זו מעורבים אזורים פרונטליים ופרה-פרונטליים של האונה השמאלית הקדמית במוח. לעומת זאת, אומדן מהיר של סדר הגודל של תוצאת אותו חיבור נערך במערכת הלא מילולית. בביצועה של משימה זו מעורבים שני הצדדים, הימני והשמאלי של האונה הקודקודית במוח. האזורים שהיו פעילים בביצועה של המשימה הקודמת אינם פעילים בביצועה של משימה זו. דהאן וכהן (Dehaene & Cohen, 1991) מתארים אדם שהפך לאפאזי בעקבות נזק לאונה השמאלית. הוא לא הצליח לענות

על השאלה מהו הסכום של 2 ועוד 2: 3 או 4, אבל ידע להעריך שהסכום קרוב יותר ל-3 מאשר ל-9. במחקר מאוחר יותר, למר ושותפיה (Lemer, Dehaene, Spelke, & Cohen, 2003) תיארו שני נבדקים: האחד סבל מנוק לחלק השמאלי של האונה הקודקודית, והאחר סבל מדמנציה סמנטית ומפגיעה במטבוליזם של האונה הרקתית השמאלית. כצפוי, הנבדק הראשון סבל מקושי בהערכת כמויות, ואילו הנבדק השני היה בעל כישורים תקינים בהערכת כמויות, אך נמצא לקוי בחיסור, ועוד יותר מכך - בכפל.

מהם הכישורים הנדרשים לצורך מנייה מדויקת? מנייה מדויקת מחייבת:

- א. הפנמה של עקרונות המנייה.
- ב. הכרת רצף מילות המספר והבנת השיטה ליצירתן.
- ג. ידע פרוצדורלי שמאפשר מנייה בסיטואציות מגוונות.

#### א. עקרונות המנייה

היכולת למנות מחייבת יישום של חמישה עקרונות (Gallistel & Gelman, 1992):

1. עקרון ההתאמה החד-חד ערכית: לכל עצם בסדרת העצמים הנמנים יש להתאים מילה אחת, ואחת בלבד, מתוך רצף מילות המנייה.
2. העיקרון האורדינלי: לרצף מילות המנייה חייב להיות סדר קבוע.
3. העיקרון הקרדינלי: המילה האחרונה בסדרת מילות המנייה מייצגת את הערך הכמותי של אוסף החפצים שנמנו.
4. עקרון ההפשטה: אפשר למנות עצמים שונים.
5. עקרון החילוף: הסדר של העצמים הנמנים אינו רלבנטי לפעולת המנייה.

ה"צובר" אחראי על אומדן לא מילולי של כמויות, והוא מקיים את עקרונות המנייה באופן אימפליציטי: מצבו משתנה עם כל אירוע (התאמה חד-חד ערכית); סדר המצבים בצובר קבוע (העיקרון האורדינלי); המצב האחרון מייצג את כל הכמות שנמדדה באופן אנלוגי (העיקרון הקרדינלי); הצובר מגיב לאירועים שונים (עקרון ההפשטה); סדר ההצגה של הגירויים אינו משפיע על תוצאת האומדן (עיקרון החילוף).

חוקרים רבים טוענים שעקרונות המנייה אינם מנחים את הניסיונות הראשונים של ילדים למנות, וכי יש ללמוד אותם (Briars & Siegler, 1984; Frye, Braisby, Love, Maroudas, & Nicholls, 1989; Fuson, 1988; Rittle Johnson & Siegler, 1998; Sophian, 1998).

פוסון (Fuson, 1988) טוענת שעקרונות המנייה מופשטים מתוך הסיטואציות הקונקרטיות שבהן לומד הילד למנות. תחילה, הילד מחקה מתוך משחק את האופן שבו מבוגרים וילדים גדולים ממנו מונים: הוא משמיע סידרה של מילות מספר (לאו דווקא בסדר קונבנציונלי או קבוע), ונוגע אגב כך בעצמים שונים. בשלב זה הילד מכיר את המילים "אחת" "שתיים" ו-"שלוש" ומבין שהן מילים המתארות כמויות שהוא מזהה. בשלב שני לומד הילד למנות עצמים מסוימים, המסודרים בסדר קבוע, במספר מוגבל של סיטואציות קונקרטיות. רק לאחר שהילד מתנסה במספר מספיק של סיטואציות כאלה, הוא מפשיט את עקרונות המנייה. ייתכן שהקשרים שבין הכמויות שהילד מסוגל לזהות ללא מנייה ובין המילים הראשונות בסדרת מילות המספר שהילד מכיר עוזרים לו בתהליך ההפשטה. עד שהילד מפשיט את עקרונות המנייה, אפשר לראות שהוא מונה נכון, אולם אינו יכול לומר כמה חפצים מנה (חוסר הפנמה של העיקרון הקרדינלי). בשלב מאוחר יותר ניתן לראות ילדים שמסכמים את פעולת המנייה במילה האחרונה שאמרו, אולם באופן סתמי, בלי להבין שרצף מילות המנייה חייב להיות קבוע ובלי להבין את תרומתו של הרצף לקביעת הכמות הנמנית (Bermejo, 1996; Frye, Braisby, Love, Maroudas, & Nicholls, 1989). במחקר שערכנו (תובל וגוברמן, 2003) מצאנו שבגיל 4-5 שנים ילדים מסכמים מנייה של מספר רב של חפצים באמצעות המילה האחרונה שאמרו, גם אם היא חזרה פעמים אחדות במהלך המנייה, וגם אם היא ציינה כמות קטנה לעומת מילות מספר אחרות שאמרו. החזרה על מילות מספר היא הפרה של העיקרון האורדינלי. פריי ושותפיה (Frye, Braisby, Love, Maroudas, & Nicholls, 1989) מצאו שההתפתחות של מנייה נכונה בסדר קונבנציונלי קדמה להבנה שאפשר למנות נכון עצמים בסדר שאינו קונבנציונלי. במחקר שערכנו (תובל וגוברמן, 2003) מצאנו שרבע מהילדים שנבדקו ראו במנייה בסדר בלתי קונבנציונלי מנייה שגויה. לעומת זאת, 94% מהילדים זיהו כי מנייה נכונה בסדר קונבנציונלי היא מנייה נכונה.

מכאן נובע שאי אפשר לייחס לילדים שליטה בעקרון החילוף (חוסר החשיבות של סדר מניית החפצים) קודם להתנסות ולשליטה במגוון של סיטואציות מנייה.

## ג. השליטה במילות המספר

פיאזיה כלל לא ייחס חשיבות לפעילות המנייה בהמשגת המספר. הוא סבר כי פעילות זו היא מיומנות אשר הילד רוכש באמצעות שינון; הוא ראה בה פעילות מכנית, שעד להבנתו של מושג המספר אין היא אלא מלל ריק. לדעתו, היסוד לתפיסת מושג המספר הוא בנייתם והבנתם של העקרונות הלוגיים מיון וסדרתיות (seriation), שעליהם המושג מושתת (Piaget, 1965). לעומתו, חוקרים שפועלים בשנים האחרונות רואים קשר אמיץ בין השליטה במילות המספר לבין התפתחותו של מושג המספר לכדי מושג מופשט והבנתו של תהליך המנייה:

ווין (Wynn, 1992b) מצביעה על הבדל משמעותי בין מנייה לא מילולית לבין מנייה באמצעות סמלים מילוליים: במנייה אנושית באמצעות סמלים מילוליים נעשה שימוש בסמלים שרירותיים כדי לייצג מספרים, כגון מילות מספר או ספרות. סמלים אלה מייצגים כמויות באופן מופשט, באמצעות מקומם ברצף מילות המנייה. כך, המילה שמייצגת "עשר" איננה ארוכה יותר או רבה יותר מן המילה שמייצגת "ארבע". מקומה ברצף מילות המנייה נקבע באופן שרירותי. זאת, בניגוד ל"צובר" שמייצג כמויות באמצעות הצטברות של "פעימות" עד לרמות שונות. סמלים מילוליים הם רכיבים בדידים אשר ניתן לעשות בהם מניפולציות פורמליות. לדעתה של ווין, היות שמנגנוני התפיסה החזותית והשמיעתית דומים אצל כל היונקים, גם תפיסת הכמויות אצל בני אדם ובעלי חיים אחרים דומה מאוד. קשייהם של ילדים בשלבים המוקדמים של המנייה נובעים מההתמודדות עם המערכת המספרית המילולית, שהיא סמלית לחלוטין. מילר (Miller, 1996) רואה ב"מילות המספר" כלים סמליים שעשויים לסייע להתפתחות החשיבה המתמטית. כשמשווים שפות שונות - לדוגמה: אנגלית, עברית וסינית - רואים שהן משקפות את מבנה הבסיס העשרוני במידה שונה של עקיבות ובהירות. שמות המספר עד 9 מהווים רשימה ללא ארגון שטתי. מעל 10, המערכת הסינית (הדבורה) מבטאת באופן ישיר את המבנה העשרוני. לדוגמה: תרגום מילולי של 14 לסינית הוא

"עשר ארבע". בסינית משיימים בעקיבות את הערך הגדול לפני הערך הקטן. השימוש ביחידות לציון מספר העשרות עקיב לחלוטין. למשל, 21 בתרגום מילולי הוא "שני עשר אחד". בעברית ובאנגלית, וכך גם בשפות אירופיות רבות, מערכת מילות המספר שקופה פחות. לדוגמה – במספרים הדבורים 14 ו-24 אין עקיבות ב"סדר האמירה" של האחדות והעשרות. במילה "ארבע עשרה" ה"עשר" מופיע שני, ואילו במילה "עשרים וארבע" הוא מופיע ראשון. נוסף על כך, במילה "עשרים" אי אפשר לשמוע "שתי עשרות", ובמילה "ארבע עשרה" אי אפשר לשמוע "עשר ועוד ארבע". כל זאת בניגוד לשפה הסינית.

מילר ושותפיו (Miller & Stigler, 1987; Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995) מצאו הבדלים במטלות מנייה בעשרת השנייה בין ילדים דוברי סינית לילדים דוברי אנגלית בגיל 3-4 שנים, וכן גילו פערים בהבנת המבנה העשרוני בגיל 6 שנים. לא נמצאו הבדלים בשימוש במנייה לשם פתרון בעיות או בהבנתם של עקרונות המנייה הבסיסיים.

באחת המשימות במחקר שערכנו (תובל וגוברמן, 2003) נדרשו ילדים בני 4-5 שנים למנות מספר רב של פולים מתוך שקית. במצב זה, כמה מהילדים מצאו שאין ברשותם די מילות מספר כדי למנות. מקצת הילדים הפסיקו למנות, ומקצתם חזרו על מילים שבהן כבר השתמשו. היו מעט ילדים שהמציאו מילות מספר. כל הילדים השתמשו רק במילים שמציינות מספרים, או במילים שנבנו מתוך מילות מספר (למשל: "עשרים ועשר"). נוסף על כך בדקנו מהו המספר הגבוה ביותר שהילדים הצליחו למנות, ברצף של ארבע מילות מספר נכונות. המספר החציוני היה 18. מכאן, שבגיל 4-5 שנים ילדים דוברי עברית עסוקים ברכישת העשרת השנייה. אף על פי שהם מבחינים בין מילות מספר למילים אחרות, הם עדיין אינם שולטים בשיטה העשורנית ליצירת מילות מספר, אלא משננים אותן.

### ג. ידע פרוצדורלי

תנאי המנייה משפיעים מאוד על היכולת של הילד. גלמן, מק ומרקין (Gelman, Meck, & Merkin, 1986) טוענים שעם הגיל מתפתחת אצל הילדים היכולת לבנות פרוצדורות יעילות של מנייה, מתוך התחשבות



בעקרונות המנייה וברכיביה של הסיטואציה. היכולת הזו עומדת ביחס ישר לגילו של הילד וביחס הפוך למורכבותה של הסיטואציה הניסויית. אחת ההוכחות המרכזיות לכך שקיימת הבחנה בין השליטה בעקרונות המנייה לבין היכולת ליישם היא ההבחנה בין משימות שיפוט למשימות ביצוע. גלמן ושותפיה הראו שילדים מצליחים לקבוע אם פעולות מנייה שנערכו לעיניהם בוצעו נכון או לא (משימות שיפוט), גם בסדרות שאותן לא הצליחו למנות בהצלחה בעצמם (משימות ביצוע). במשימות שיפוט הילד לא נדרש לתאם בעצמו בין מילות המספר לבין החפצים הנמנים ובו בזמן לשמור על ההבחנה בין החפצים שכבר מנה לחפצים שטרם נמנו. חוקרים אחרים, לעומת זאת, אינם מקבלים את הטענה הגורפת שילדים מצליחים במשימות שיפוט יותר מבמשימות ביצוע (Graham, 1999; Briars, 1984; Sieglar, 1984; Frye, Braisby, Love, Maroudas, & Nicholls, 1989).

במחקר שערכנו (תובל וגוברמן, 2003) מצאנו שהארגון המרחבי של החפצים הנמנים השפיע על הדיוק של המנייה: סדרות קטנות (5-7 פולים) נמנו טוב יותר מסדרות גדולות (16-18 פולים). מנייה בשורה הייתה מדויקת יותר ממנייה במעגל ובתפזורת. ילדים שהתקשו למנות שבעה פולים בתפזורת הצליחו למנות יותר מעשרה פולים שהוציאו בזה אחר זה מתוך שקית. במהלך המנייה השתמשו הילדים באסטרטגיות שהקלו עליהם. האסטרטגיה הדומיננטית ביותר, שכמעט כל הילדים השתמשו בה, הייתה הצבעה בשעת המנייה.

אסטרטגיה זו עוזרת להבחין בין פולים שכבר נמנו לפולים שיש עוד למנות ומסייעת לתיאום שבין מילות המספר לחפצים הנמנים (Wagner Alibali, 1999; DiRusso). אסטרטגיה נוספת שמשיגה אותן מטרתה היא הזזת פולים בשעת המנייה. שתי האסטרטגיות הופיעו בכל משימות המנייה שנבדקו. שאר האסטרטגיות הושפעו מן המבנה המרחבי של החפצים הנמנים: מנייה של שורת פולים היא משימה פשוטה יחסית, משום שנקודת ההתחלה ומסלול המנייה הם ברורים. לא מצאנו אסטרטגיות נוספות שנעשה בהן שימוש במהלך המנייה בשורה.

האסטרטגיה הדומיננטית במהלך המנייה של פולים שהיו מונחים במעגל הייתה סימון נקודת ציון, כלומר - סימון של הפול שבו המנייה החלה, או

הפול שבו המנייה הייתה צריכה להסתיים. השימוש הרב באסטרטגיה הזו נובע מהקושי הספציפי למשימה: במנייה במעגל קשה לדעת מתי להפסיק למנות.

האסטרטגיה הדומיננטית במהלך המנייה של פולים שהיו מונחים בתפוזות הייתה מנייה לאורך מסלול דמיוני. השימוש באסטרטגיה הזו מפחית את הסיכון לפסוח על פולים או למנות אותם פולים שוב. השימוש באסטרטגיה הזו ייחודי למנייה בתפוזות, משום שבמשימות האחרות צורת ההנחה של הפולים מכתיבה את כיוון ההתקדמות של המנייה.

אסטרטגיות מנייה נוספות הופיעו פעמים יחידות בלבד: שינוי הסדר המרחבי של הפולים כדי שיהיה קל יותר להבחין בין הפולים שנמנו לפולים שטרם נמנו, מנייה חוזרת לשם ביקורת עצמית ושימוש בשיקולים הגיוניים. לדוגמה, אחד הילדים שם לב לאופן שבו הנסיינית הניחה את הפולים ואמר: "קודם היו 17 ועכשיו רק הוספנו אחד, אז יש 18!"

נמצא שככל שהילדים השתמשו ביותר אסטרטגיות מנייה, כך הביצוע שלהם נטה להיות מדויק יותר. אפשר להסביר חלק מהקשר הזה באמצעות הגיל: בני החמש השתמשו ביותר אסטרטגיות מבני הארבע, והביצוע שלהם היה טוב יותר. כאשר פיקחנו סטטיסטית על השפעת הגיל, מצאנו שהקשר בין שימוש באסטרטגיות מנייה לבין הביצוע במשימות המנייה הוא קשר חלש.

השימוש באסטרטגיות מנייה אופייני לשלב ביניים ברכישת היכולת למנות. גראהם (Graham, 1999) הציגה לילדים ברובה שהצביעה על חפצים ומנתה אותם. הילדים התבקשו לשפוט אם המנייה שעשתה הבובה הייתה נכונה. השיפוט של בני השנתיים לא הסתמכו על מילות המספר שהבובה אמרה, ואף לא על ההצבעה שלה. ילדים בני 3 שנים נטו לטעון כי המנייה של הבובה נכונה, אם הייתה התאמה חד-חד ערכית בין פעולת ההצבעה לבין החפצים הנמנים, בלי לשים לב למילות המספר. ילדים בני 4 שנים נטו להתבלבל ולטעון כי המנייה שגויה, אם לא הייתה התאמה חד-חד ערכית בין פעולת ההצבעה לבין החפצים הנמנים, גם אם המנייה בקול רם הייתה נכונה. ילדים מבוגרים יותר, לעומת זאת, מסוגלים להתעלם מפעולת

ההצבעה. לטענתה של גראהם (Graham, 1999), ההצבעה מגשרת בין האובייקט הקונקרטי לבין מילת המספר הסמלית. כאשר הילד שולט במנייה, הוא יכול לוותר על כלי העזר הזה.

### **האפשר לקדם את היכולת למנות?**

ידוע כי קיימים הבדלים בין-תרבותיים ובין-מעמדיים בהישגים במתמטיקה. כפי שצוין לעיל, בין גיל 3 ל-4 שנים, ילדים דוברי סינית עולים על ילדים דוברי אנגלית במנייה (Miller & Stigler, 1987; Miller, 1995; Smith, Zhu, & Zhang, 1995). הבדלים בהישגים במתמטיקה נמצאו לא רק בין קבוצות לאומיות שונות, אלא גם בין מעמדות סוציו-אקונומיים שונים, כך שההישגים של ילדים ממעמד נמוך בארצות הברית נמוכים מאלה של ילדים ממעמד בינוני. ההישגים של ילדים ממוצא קוריאני ביפן (שם הקוריאנים נחשבים לבני מעמד חברתי נחות) נמוכים מההישגים של ילדים ממוצא קוריאני בארצות הברית (Ginsburg, Bempechat, & Chung, 1992). גינסבורג ושותפיו טוענים כי איכות ההוראה בבתי הספר והתנהגות ההורים הם שקובעים את מידת ההצלחה של הילדים במתמטיקה.

במחקר שערכנו (תובל וגוברמן, 2003) שיערנו שהביצועים של הילדים במשימות מנייה ושיפוט יושפעו מהגיל ומהמעמד הסוציו-אקונומי של השכונה שבה נמצא הגן. שתי ההשערות אוששו. נוסף על כך בדקנו אם יש הבדלים בין הגנים השונים בכל מעמד סוציו-אקונומי לחוד, ומצאנו שכן. היו גנים שבהם הביצוע של הילדים במשימות השונות היה טוב לעומת גנים אחרים, ואי אפשר היה להסביר את ההבדלים באמצעות המעמד הסוציו-אקונומי של השכונה שבה פעל הגן, או באמצעות הגיל של הילדים שנבדקו. בשלב שני בחרנו להשוות בין הגנים שפעלו בשכונות המבוססות לבין אותם גנים שפעלו בשכונות הבלתי-מבוססות, ואשר נמצאו בעלי שיעור הצלחה גבוה במשימות השונות. האפקט של המעמד הסוציו-אקונומי התבטל. בשום גן לא נמצא אפקט תקרה, כך שגם בסביבה החינוכית הטובה ביותר, בני החמש עדיין לא הצליחו לבצע את כל מטלות המנייה והשיפוט שהוצגו להם. ממצאים אלה מראים שההתפתחות של היכולת למנות תלויה הן בסביבה החינוכית הן בהבשלה.

## כיצד אפשר לקדם את היכולת למנות אצל ילדים בגן?

מכל האמור לעיל עולה שאפשר לקדם את ההפנמה של עקרונות המנייה באמצעות חשיפה של הילדים לסיטואציות מנייה מגוונות ומשמעותיות בעבורם. החשיפה החוזרת לסיטואציות מנייה תמחיש לילד שבכל סיטואציות המנייה נשמר הסדר של מילות מספר (העיקרון האורדינלי), ויש התאמה חד-חד ערכית בין מילות המספר לבין החפצים הנמנים. בסיטואציות מנייה מגוונות הילד יראה שאפשר למנות אובייקטים שונים, ולא רק חפצים קונקרטיים מסוימים, וכי אפשר לארגן את המנייה במבנים מרחביים שונים, ולא דווקא באופן לינארי. המנייה של אותה קבוצת עצמים באופנים שונים (לדוגמה: להתחיל את המנייה בחפץ הגדול, בחפץ הקטן, בחפץ הרחוק וכד') תמחיש זאת אף יותר ממנייה של קבוצות שונות. יש לעגן את פעולות המנייה בסיטואציות שיש להן משמעות בעיני הילד, כדי להדגים כיצד מילת המספר האחרונה מייצגת את כל הכמות שנמנתה (העיקרון הקרדינלי) וכדי להעלות את המוטיבציה של הילד לרכוש את היכולת למנות (האם יש לנו די כיסאות לילדים שישתתפו במסיבה? כמה גולות יש לנו באוסף?). החזרה על פעולת המנייה בהקשרים שונים תקל על שינון מילות המספר, עד להבנתו של העיקרון העשרוני ליצירת מילות מספר. חשוב שבהקשרים הללו תהיה לילדים הזדמנות להיווכח בעובדה שהמנייה היא כלי שיכול לשרת אותם ולסייע בידיהם לממש מטרות שהם מעוניינים לממשן.

ניתוח של מצבי מנייה והדגמה של אסטרטגיות מנייה (מה נוכל לעשות כדי לא להתבלבל?) יכולים לעזור לילדים מתקשים, להגביר את המודעות המטא-קוגניטיבית ולקדם מיומנויות למידה (Ridley, Schutz, Glanz, & Weinstein, 1992).

## ביבליוגרפיה

תובל, ח' וגוברמן, ע' (2003), "ההתפתחות בכושרם של ילדים למנות חפצים", *מגמות*, מ"ב (1), עמ' 83-102.

Beishuizen, M. (1993), "Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction Up to 100 in Dutch Second Grades", *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(4), pp. 294-323.

Bermejo, V. (1996), "Cardinality Development and Counting", *Developmental Psychology*, 32(2), pp. 263-268.

Briars, D. & Siegler, R. S. (1984), "A Featural Analysis of Preschooler's Counting Knowledge", *Developmental Psychology*, 20, pp. 607-618.

Dehaene, S. (1997), *The Number Sense*, New York: Oxford University Press.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1991), "Two Mental Calculation Systems: A Case Study of Severe Acalculia with Preserved Approximation", *Neuropsychologia*, 29(11), pp. 1045-1074

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999), "Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence", *Science*, 284, pp. 970-974.

Fodor, J. A. (1983), *Modularity of Mind*, Cambridge, Mass.: M.I.T. Press.

Frye, D., Braisby, N., Love, J., Maroudas, C., & Nicholls, J. (1989), "Young Children's Understanding of Counting and Cardinality", *Child Development*, 60, pp. 1158-1171.

- Fuson, K. C. (1988), *Children's Counting and Concepts of Number*, New York: Springer-Verlag.
- Gallistel, C. R. & Gelman, R. (1992), "Preverbal and Verbal Counting and Computation", *Cognition*, 44, pp. 43-74.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992), "Counting Knowledge and Skill in Cognitive Addition: A Comparison of Normal and Mathematically Disabled Children", *Journal of Experimental Child Psychology*, 54(3), pp. 372-391.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978), *The Child's Understanding of Number*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Gelman, R., Meck, E., & Merkin, S. (1986), "Young Children's Numerical Competence", *Cognitive Development*, 1, pp. 1-29.
- Ginsburg, H. P., Bempechat, J., & Chung, Y. E. (1992), "Parent Influences on Children's Mathematics", In: T. G. Sticht, M. J. Beeler, & B. A. McDonald (Eds.), *The Intergenerational Transfer of Cognitive Skills (Vol. 2: Theory and Research in Cognitive Science)*, Norwood, N.J.: Ablex, pp. 91-121.
- Graham, T. A. (1999), "The Role of Gesture in Children's Learning to Count", *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, pp. 333-355.
- Irwin, K. C. (1991), "Teaching Children with Down Syndrome to Add by Counting-On", *Education and Treatment of Children*, 14(2), pp. 128-141.
- Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003), "Approximate Quantities and Exact Number Words: Dissociable Systems", *Neuropsychologia*, 41(14), pp. 1942-1958.

- Miller, K. F. (1996), "Origins of Quantitative Competence", In: R. Gelman & T. K. Au (Eds.), *Perceptual and Cognitive Development*, San Diego: Academic Press, pp. 213-241.
- Miller, K. F., Smith, C. M., Zhu, J., & Zhang, H. (1995), "Preschool Origins of Cross-National Differences in Mathematical Competence: The Role of Number-Naming Systems", *Psychological Science*, 6(1), pp. 56-60.
- Miller, K. F. & Stigler, J. (1987), "Counting in Chinese: Cultural Variation in a Basic Cognitive Skill", *Cognitive Development*, 2, pp. 279-305.
- Piaget, J. (1965), *The Child's Conception of Number*, New York: Norton.
- Ridley, D. S., Schutz, P. A., Glanz, R. S., & Weinstein, C. E. (1992), "Self-Regulated Learning: The Interactive Influence of Meta-Cognitive Awareness and Goal-setting", *Journal of Experimental Education*, 60(4), pp. 293-306.
- Rittle Johnson, B. & Siegler, R. B. (1998), "The Relation between Conceptual and Procedural Knowledge in Learning Mathematics: A Review", In: C. Donlan (Ed.), *The Development of Mathematical Skills*, Hove: Psychology Press, pp. 75-110.
- Sophian, C. (1998), "A Developmental Perspective on Children's Counting", In: C. Donlan (Ed.), *The Development of Mathematical Skills*, Hove: Psychology Press, pp. 27-46.
- Starkey, P. & Cooper, R. G. (1980), "Perception of Numbers by Human Infants", *Science*, 210, pp. 1033-1035.
- Strauss, M. S. & Curtis, L. E. (1981), "Infant Perception of Numerosity", *Child Development*, 52, pp. 1146-1152.

- Thompson, I. (1995), "The Role of Counting in the Idiosyncratic Mental Calculation Algorithms of Young Children", *European Early Childhood Education Research Journal*, 3(1), pp. 5-16.
- Wagner Alibali, M. & DiRusso, A. A. (1999), "The Function of Gesture in Learning to Count: More than Keeping Track", *Cognitive Development*, 14, pp. 37-56.
- Whalen, J., Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1999), "Nonverbal Counting in Humans: The Psychophysics of Number Representation", *Psychological Science*, 10(2), pp. 130-137.
- Wynn, K. (1992a), "Addition and Subtraction by Human Infants", *Nature*, 358, pp. 749-750.
- Wynn, K. (1992b), "Children's Acquisition of the Number Words and the Counting System", *Cognitive Psychology*, 24, pp. 220-251.
- Wynn, K. (1996), "Infants' Individuation and Enumeration of Sequential Actions", *Psychological Science*, 7, pp. 164-169.
- Wynn, K. (1998), "Numerical Competence in Infants", In: C. Donlan (Ed.), *The Development of Mathematical Skills*, Hove: Psychology Press, pp. 3-25.
- Xu, F. & Spelke, E. (1997), "Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants", *Cognition*, 34, pp. B1-B11.



